

ЕРЕВАНСКИЙ ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

УДК 530.145

На правах рукописи

ГРИГОРЯН
Гагик Варданович

СВОЙСТВА СИММЕТРИЙ ПЕРЕНОРМИРОВАННЫХ ТЕОРИЙ

(Специальность 01.04.02 - теоретическая и математическая физика)

А в т о р е ф е р а т
диссертации на соискание ученой
степени кандидата физико-математических наук

Ереван - 1983

Работа выполнена в Ереванском физическом институте.

Научные руководители - доктор физико-математических наук
ТЮТИН И.В. (ИСЭ СО АН СССР, г.Томск);
кандидат физико-математических наук
ГРИГОРЯН Р.П. (ЕрФИ).

Официальные оппоненты - доктор физико-математических наук,
ПАВЛОВ В.П. (МИАН СССР);
кандидат физико-математических наук
ШАРАТ А.Е. (ФИАН СССР).

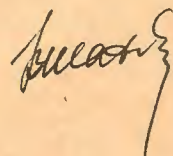
Ведущая организация - Лаборатория теоретической физики
Объединенного института ядерных исследований (г.Дубна).

Защита диссертации состоится " 3 " июня 1983 г.
в 14 час. на заседании Специализированного совета Д 034.01.03
по присуждению ученой степени доктора физико-математических наук
при Ереванском физическом институте (375036, г.Ереван-36, ул.Мар-
каряна, 2).

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ЕрФИ.

Автореферат разослан " 28 " апреля 1983 г.

Ученый секретарь
Специализированного совета,
кандидат физ.-мат. наук

 ШАХБАЗЯН В.А.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность проблемы. Успехи последних лет, достигнутые в теоретическом описании взаимодействий элементарных частиц неразрывно связаны с использованием симметрий взаимодействий. Изучение одних из них - калибровочных - привело к созданию единой теории электрослабых взаимодействий. Открытие других, и в частности, суперсимметрий, стимулировало появление большого числа новых моделей теории поля, среди которых в первую очередь следует назвать модели супергравитации. При исследовании общих свойств квантовых теорий поля, классические действия которых обладают той или иной группой симметрий, важное место занимает вопрос о свойствах симметрий теорий после перенормировки. Очевидно, интерес представляют теории, сохраняющие симметричные свойства. Однако последние зачастую нарушаются из-за существования аномалий, подобных аномалиям Адлера-Белла-Джакива в аксиальной электродинамике. Поэтому исследование структуры аномалий, выявление условий их отсутствия, в тех или иных моделях теории поля, установление свойств симметрий теорий после перенормировки, индуцированных симметрией классического действия, является важной и актуальной задачей.

Как известно, в квантовой теории поля S -матрица может быть описана как в лагранжевом, так и в гамильтоновом формализмах. Во всех конкретных моделях, рассматривавшихся до сих пор, S -матрицы в обоих подходах совпадали, однако общего утверждения об эквивалентности обоих подходов для произвольных теорий не существует. В то же время в последние годы появилось много

теорий (например, модели супергравитации, суперкалибровочные теории в суперсимметричной калибровке), лагранжианы которых существенно нелинейны. В этих моделях формулировка теорий в гамильтоновом формализме представляется чрезвычайно трудной, поскольку это связано с проблемой аналитического решения существенно нелинейных уравнений связей. Поэтому разрешение вопроса об эквивалентности обоих формализмов в возможно более общем виде представляется важным.

Цель работы. Исследование свойств симметрии перенормированных теорий, классическое действие которых обладает некоторой симметрией; изучение в общем виде импульсной структуры аномалий в тождествах Уорда в теориях, симметричных относительно локальных преобразований полей; исследование структуры супераномалий в суперкалибровочных $N = 1$ теориях; исследование вопроса эквивалентности лагранжева и гамильтонова подходов в квантовой теории поля.

Научная новизна. I. Впервые исследован вопрос о наличии супераномалий в общей суперкалибровочной $N = 1$ теории. Показано, что условие отсутствия супераномалий совпадает с условием отсутствия калибровочных аномалий.

2. Исследована импульсная структура аномалий в тождествах Уорда в произвольной квантовой теории поля, обладающей симметрией относительно группы локальных преобразований. Доказано, что аномалии имеют локальный характер.

3. Впервые в общем виде исследованы свойства симметрий перенормированных квантовых теорий поля, построенных по симметричным классическим действиям. Показано, что любой симметрии

классического действия соответствует определенная симметрия перенормированного действия и перенормированного производящего функционала вершинных функций.

4. Рассмотрен вопрос эквивалентности лагранжевого и гамильтонового подходов в квантовой теории поля. Доказана эквивалентность обоих подходов для случая произвольных лоренц-инвариантных теорий без связей, а также для класса неабелевых калибровочных теорий вида $L = L[(G_{\mu\nu}^a)^2]$.

Перечисленная выше совокупность решенных задач, обладающих научной новизной, вносится на защиту.

Практическая ценность. Результаты, полученные в диссертации, могут быть использованы при изучении свойств симметрий конкретных моделей теории поля после перенормировки; при построении моделей $N = 1$ суперкалибровочных теорий, свободных от аномалий; для обоснования эквивалентности гамильтонова и лагранжева подходов в квантовой теории поля.

Апробация работы. Результаты работ, вошедших в диссертацию, были представлены на 20-й Международной конференции по физике высоких энергий (Медисон, США, 1980 г.), на международном семинаре "Теоретико-групповые методы в физике" (Звенигород, 1982 г.) а также докладывались на семинарах ЕРФИ и ФИАН СССР.

Публикации. По теме диссертации опубликовано пять работ [1-5].

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения, двух приложений и списка литературы, изложена на 71 странице машинописного текста, содержит 83 библиографические ссылки.

КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении сформулированы проблемы, рассматриваемые в диссертации, приведено ее краткое содержание.

В первой главе диссертации рассматриваются вопросы, связанные с аномалиями в тождествах Уорда.

В §1 изучается импульсная структура аномалий тождеств Уорда в локальных квантовых теориях поля, инвариантных относительно группы преобразований $\phi \rightarrow \phi + \varepsilon F(\phi)$, где $F(\phi)$ - произвольный локальный функционал полей, ε - бесконечно малый параметр. На основе анализа тождеств Уорда для производящего функционала Γ вершинных функций показано, что в общем случае для теорий с локальным классическим действием $S_0(\phi)$, инвариантном относительно вышеуказанных преобразований, аномалии, возникающие в тождествах Уорда, есть локальные функционалы полей при условии, что контрчлены $S_k(\phi)$ и $F_k(\phi)$, перенормирующие действие и преобразования симметрии, также локальные функционалы полей.

§2 посвящен исследованию структуры супераномалии в общей суперкалибровочной $N = 1$ теории в калибровке Весса-Зумино, в которой поля материи представлены произвольными киральными мультиплетами. Известно, что отсутствие аномалий тесным образом связано с возможностью построения инвариантной процедуры регуляризации. В работах Кривошекова В.К. и Феррара С. и Пикэ О. была построена процедура регуляризации для суперкалибровочных $N = 1$ теорий, являющаяся суперсимметричным обобщением процедуры регуляризации калибровочных теорий методом высших ковариантных

ных производных Славнова. Однако она, как и в обычных калибровочных теориях, не обеспечивает полной регуляризации теории, но сводит задачу к регуляризации однопетлевых супердиаграмм. Возможность суперсимметричного обобщения процедуры регуляризации методом высших ковариантных производных для произвольной суперкалибровочной теории сводит исследование вопроса о супераномалиях к рассмотрению лишь однопетлевых диаграмм. Более того, вклад в супераномалии в калибровке Весса-Зумино могут дать лишь однопетлевые диаграммы с замкнутыми циклами полей, материи и внешними линиями, соответствующими полям калибровочного супермультиплета.

Так как причиной возникновения аномалий, нарушающих тождества Уорда, является появление ненулевых поверхностных членов при сдвигах переменных интегрирования в фейнмановских интегралах, расходящихся быстрее, чем логарифмически, то выписываются и анализируются лишь те калибровочные и супертождества, в которых присутствуют такие интегралы. Из анализа этих калибровочных и супертождеств получается, что супераномалии отсутствуют, если выполнено условие

$$A^{abc} = \sum_q \eta \delta_p \varepsilon_q^a \{ \varepsilon_q^b, \varepsilon_q^c \} = 0 \quad (I)$$

(где η обозначает киральность и принимает значения ± 1 ; ε_q - генераторы соответствующих приводимых представлений полей материи, причем ε_+ и ε_- , вообще говоря, различны). Условие (I) совпадает с известным условием отсутствия калибровочных аномалий в общей калибровочной теории, полученным Вессом и Зумино. Таким образом, супераномалии в общей суперкалибровочной теории отсутствуют при отсутствии калибровочных аномалий.

Глава II посвящена изучению свойств симметрий перенормированных теорий с симметричным классическим действием. В §3 исследуются локальные некалибровочные теории, действие которых симметрично относительно бесконечно малых преобразований переменных

$$\phi \rightarrow \phi' = \phi + \varepsilon \Delta \phi(\phi), \quad (2)$$

где $\Delta \phi(\phi)$ — локальный функционал полей ϕ .

Рассмотрение основано на построении методом математической индукции перенормированных действий и производящих функционалов вершинных функций для теорий, описываемых классическими действиями $S_0(\phi)$ и $\tilde{S}_0(\phi) = S_0(\phi + \varepsilon \Delta \phi)$. Получено, что перенормированное действие $\tilde{S}_R(\phi)$ теории с "затравочным" действием $\tilde{S}_0(\phi)$ связано с перенормированным действием $S_R(\phi)$ теории с "затравочным" действием $S_0(\phi)$ соотношением

$$\tilde{S}_R(\phi) \approx S_R(\phi + \varepsilon \Delta_R \phi), \quad (3)$$

в то время как для перенормированных производящих функционалов вершинных функций имеет место соотношение

$$\tilde{\Gamma}_R(\phi) \approx \Gamma_R(\phi + \varepsilon \langle \Delta_R \phi \rangle), \quad (4)$$

где

$$\Delta_R \phi = \Delta \phi - \sum_{n=1}^{\infty} \zeta^n \langle \Delta \phi \rangle_{расх}^{(n)}$$

($\langle \Delta \phi \rangle_{расх}^{(n)}$ — расходящаяся часть n -петлевого приближения вакуумного среднего вариации ϕ с вычтенными подрасходимостями), а \approx означает равенство в первом порядке по параметру малости ε . Если теперь $S_0(\phi)$ инвариантно относительно замены (2), то $S_0(\phi) \approx \tilde{S}_0(\phi)$ и, следовательно, $S_R(\phi) \approx \tilde{S}_R(\phi)$, $\Gamma_R(\phi) \approx \tilde{\Gamma}_R(\phi)$. При этом равенство (3) выражает симметрию

перенормированного действия относительно преобразований

$$\phi \rightarrow \phi' = \phi + \varepsilon \Delta_R \phi$$

а формула (4) показывает, что производящий функционал $\Gamma_R(\phi)$ вершинных функций обладает инвариантностью относительно преобразований:

$$\phi \rightarrow \phi'' = \phi + \varepsilon \langle \Delta_R \phi \rangle$$

В §4 приведено рассмотрение этого же вопроса в калибровочных теориях общего вида. Здесь на основе анализа решений уравнений Зинн-Жустена получено, что в случае калибровочных теорий общего вида с классическим действием, симметричным относительно локальных преобразований, модифицированное, эффективное и перенормированное действия, а также перенормированный производящий функционал вершинных функций обладают некоторыми симметриями относительно канонической замены переменных.

Таким образом показано, что в произвольной квантовой теории поля любой симметрии классического действия соответствует определенная симметрия перенормированного действия и перенормированного производящего функционала вершинных функций.

§5 Главы II посвящен доказательству суперсимметричной перенормируемости $\mathcal{N} = 4$ суперкалибровочной теории. Эта модель примечательна тем, что β -функция Гелл-Манна-Лоу, вычисленная в трехпетлевом приближении, равна нулю. Доказательство суперсимметричной перенормируемости $\mathcal{N} = 4$ модели основано на исследовании супертождества Уорда для производящего функционала Γ вершинных функций, которое по существу является уравнением на Γ . Вначале строится наиболее общая структура расходимостей Γ с учетом калибровочной, CP и SU(4) инвариантностей, а

далее на основании диаграммного анализа находятся структуры расходимостей вакуумных средних $\langle \delta_S \phi \rangle$ преобразований суперсимметрии $\phi \rightarrow \phi + \delta_S \phi$, удовлетворяющие $SU(4)$ и CP инвариантностям. Подставляя эти структуры в уравнение для Γ и решая его в однопетлевом приближении с учетом разложений $\Gamma = \Gamma_0 + \eta \Gamma_1 + \eta^2 \Gamma_2 + \dots$, $\langle \delta_S \phi \rangle = \delta_S \phi + \eta \langle \delta_S \phi \rangle^1 + \dots$ находим выражение для $\Gamma_{1\text{расх}}$, что позволяет построить новое $\hat{S}_1 = \hat{S}_0 - \eta \Gamma_{1\text{расх}}$, инвариантное относительно суперпреобразований $\delta_{2S} \phi = \delta_S \phi - \eta \langle \delta_S \phi \rangle^1_{\text{расх}}$, обеспечивающих конечность теории в одной петле. Далее приводится обоснование применимости в данном случае метода математической индукции, и с его помощью строится перенормированное действие $\hat{S}_R = \hat{S}(Z_\phi^k \phi, Z_g g)$, инвариантное относительно перенормированных суперпреобразований $\delta_{2S} \phi = \frac{Z_\phi}{Z_\phi^k} \delta_S \phi(Z_\phi^k \phi, Z_g g)$, где Z_ϕ, Z_g - константы перенормировок полей и заряда, соответственно. Этим завершается доказательство мультипликативной суперсимметричной перенормируемости $N = 4$ суперкалибровочной теории (в настоящее время имеются веские указания на то, что эта теория конечна).

В Главе III рассмотрен вопрос об эквивалентности лагранжева и гамильтонова подходов в квантовой теории поля.

Доказательство эквивалентности обоих подходов основано на сравнении производящего функционала функции Грина в лагранжевом формализме

$$Z_L = \int d\phi \exp \left\{ i \int [\tilde{L} + \mathcal{J}\phi] \right\}$$

с производящим функционалом функций Грина в гамильтоновом формализме

$$Z_H = \int d\phi d\Pi \exp \left\{ i \int dx [\Pi \dot{\phi} - \tilde{H}(\Pi, \phi) + \mathcal{J}\phi] \right\} =$$

$$= \int d\phi \exp \left\{ i \int dx [\tilde{L} + \mathcal{J}\phi] \right\} \cdot \Delta(\phi)$$

где $\Phi(\Pi)$ - обобщенные поля (импульсы) системы, а $\Delta(\phi)$ задается выражением

$$\Delta(\phi) = \int dQ \det \left| \frac{\delta^2 L(Q + \dot{\phi}, \phi)}{\delta Q(x) \delta Q(y)} \right| \times$$

$$\times \exp \left\{ i \int dx \left[\tilde{L}(Q + \dot{\phi}, \phi) - \tilde{L}(\dot{\phi}, \phi) - \frac{\delta \tilde{L}(Q + \dot{\phi}, \phi)}{\delta Q} Q \right] \right\}$$

Из приведенных соотношений ясно, что эквивалентность обоих подходов имеет место при условии $\Delta(\phi) \sim 1$.

В §6 доказывается выполнение этого условия для локальных лоренц-ковариантных лагранжианов без связей (при этом используется размерная регуляризация).

В §7 доказана эквивалентность обоих подходов для калибровочных теорий, описываемых лагранжианом типа $L = L[(G_{\mu\nu}^a)^2]$. При этом под гамильтоновым формализмом понимается дираковский способ квантования систем со связями.

Эквивалентность гамильтонова и лагранжева подходов в квантовой теории поля для этих двух случаев позволяет надеяться, что они совпадают и в общем случае.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ РАБОТЫ

1. Исследована импульсная структура аномалий в тождествах Уорда для производящего функционала Γ вершинных функций. Показано, что в общем случае для теорий с локальным действием $\hat{S}_0(\phi)$ аномалии, возникающие в тождествах Уорда, отражающих симметрии действия относительно локальных преобразований полей $\phi \rightarrow \phi + \epsilon t(\phi)$ есть локальные функционалы полей при условии, что контрчлены $\hat{S}_\kappa(\phi)$ и $F_\kappa(\phi)$, перенормирующие действие и преобразования локальные функционалы полей.

2. Исследованы суперсимметричные и калибровочные тождества Уорда простой ($N = 1$) суперсимметричной калибровочной теории в калибровке Весса-Зумино с произвольным мультиплетным содержанием полей материи. Показано, что аномалии, нарушающие супертождества Уорда, отсутствуют при условии, что нет аномалий, нарушающих калибровочные тождества Уорда.

3. Рассмотрен вопрос о свойствах симметрии перенормированного действия теорий, классическое действие которых обладает некоторой симметрией. Для теорий без калибровочных симметрий показано, что любой симметрии классического действия соответствуют определенные симметрии перенормированного действия \hat{S}_R и перенормированного производящего функционала Γ_R вершинных функций.

4. Тот же вопрос изучен в случае калибровочных теорий общего вида. Показано, что при этом модифицированное, эффективное действие также обладает некоторой симметрией относительно канонических преобразований. Кроме того, доказано, что и пере-

нормированное действие \hat{S}_R и производящий функционал Γ_R вершинных функций обладают также некоторой симметрией относительно канонических преобразований.

5. Доказана мультипликативная суперсимметричная перенормируемость $N = 4$ суперсимметричной калибровочной теории. Найдены перенормированные суперсимметричные преобразования.

6. Исследован вопрос об эквивалентности гамильтонова и лагранжева подходов в квантовой теории поля. Доказана эквивалентность обоих подходов для теорий, лагранжианы которых не имеют связей.

Показана эквивалентность обоих подходов для калибровочных теорий с лагранжианом вида $L = L[(G_{\mu\nu}^a)^2]$.

ПУБЛИКАЦИИ

1. Григорян Г.В., Григорян Р.П., Тютин И.В. Аномалии в суперсимметричных калибровочных теориях. - ЯФ, 1981, т.33, вып.2, с. 544-550.
2. Grigoryan G.V., Grigoryan R.P., Tyutin I.V. On Anomalies in the Ward Identities. - Ереван, 1983. - 7 с. (Препринт/ Ереванский физич. ин-т: ЕФИ-629(19)).
3. Grigoryan G.V., Grigoryan R.P., Tyutin I.V. Renormalization of $N = 4$ Supergauge Theory. - Ереван, 1982. - 19 с. (Препринт/ Ереванский физич. ин-т: ЕФИ-508(95)). ЯФ, 1983, т.38, вып.2(8).
4. Grigoryan G.V., Grigoryan R.P., Tyutin I.V. Symmetries of the Renormalized Theories with Symmetrical Classical Action. - Ереван, 1983. - 10 с. (Препринт/ Ереванский физич. ин-т: ЕФИ-628(18)). ЯФ (в печати)
5. Grigoryan G.V., Grigoryan R.P., Tyutin I.V. On the Equivalence of Hamiltonian and Lagrangian Approaches in Quantum Field Theory. - Ереван, 1982. - 12 с. (Препринт/ Ереванский физич. ин-т: ЕФИ-572(59)).

Тех. редактор А.С. Абрамян

Заказ 097

ВФ - 05886

Тираж 170

Подписано к печати 13.04.83г.

Формат издания 60x84/16

Отдел научно-технической информации Ереванского
физического института. Ереван-36, пер. Маркаряна 2.